1) القانون العام :

في حالة تساوي إحتمال على مجموعة شاملة E يكون لدينا من أجل كل حادثة A :

$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } E}$$

$$P(A) = \frac{\text{عدد الحالات الملائمة}}{\text{عدد الحالات الممكنة}}$$

مثال : كيس به 10 قريصات من 0 إلى 9 . نسحب قريصة عشوائية واحدة .

A : عدد زوجي

B : عدد فردي

C : عدد أولي

1. $P(A)$ $P(C)$ واستنتاج $P(B)$

2. $P(A \cap C)$ ثم $P(A \cup C)$

الحل :

س1

$$P(A) = \frac{5}{10} = 1/2$$

س1

$$P(C) = 4/10 = 2/5$$

ومنه : $P(B) = 1 - P(A)$

$$P(B) = 1/2$$

س2

$$P(A \cap C) = 1/10 = 0,1$$

$$P(A \cup C) = 8/10 = 4/5$$

2- حوادث من متتالية

العامية	لغة الأحداث	أجزاء E
$0 \leq P(A) \leq 1$	A حادثة كيفية	A
$P(\emptyset) = 0$	حادثة مستحيلة	$\emptyset$
$P(E) = 1$	حادثة أكيدة	E
$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$	$\bar{A}$ حادثة عكسية لـ A	$\bar{A}$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	A و B كيفيتان	A و B
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$	A و B غير متلائمتين	$A \cap B = \emptyset$
$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$	A و B مستقلتان	A و B
"$\cap$" / "$\cup$"	"و" / "أو"	$\cap$

3. شجرة الاحتمالات:

تمرين: 500 تلميذ

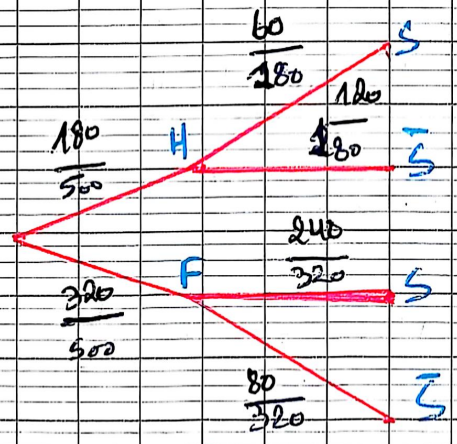
التلميذ	ذكور	إناث
يملك هاتف	60	240
لا يملك هاتف	120	80

نختار تلميذ واحد عشوائيا.

H حادثة: تلميذ ذكر F حادثة: تلميذ أنثى

S حادثة: يملك هاتف $\bar{S}$ حادثة: لا يملك هاتف

4. شجرة الاحتمالات:



2. A: تلميذ ~~يملك هاتف~~ أنثى C: تلميذ لا يملك هاتف

B: تلميذ أنثى يملك هاتف

حساب $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(C)$:

$$P(A) = \frac{320}{500} = \frac{16}{25}$$

$$P(B) = P(F \cap S) = \frac{320}{500} \times \frac{240}{320} = \frac{12}{25}$$

$$P(C) = P(F \cap \bar{S}) + P(H \cap \bar{S}) = \frac{320}{500} \times \frac{80}{320} + \frac{180}{500} \times \frac{180}{180}$$

$$P(C) = \frac{4}{25} + \frac{6}{25} = 10/25$$

4

4- المتغير العشوائي :

كل دالة عددية معرفة على مجموعة E (مجموعة E).

قانون الاحتمال لمتغير عشوائي : $P(X=x_i)$

حيث : $0 \leq P(X=x_i) \leq 1$

الأمل الرياضياتي : هو العدد $E(X)$:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \qquad p_i = P(X=x_i)$$

التباين : $V(X)$:

$$V(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - E(X))^2 p_i = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - [E(X)]^2$$

الإنحراف المعياري : $\sigma(X)$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

خواص مهمة : X و Y متغيران عشوائيان معرفان على نفس الوضعية ، $(a;b) \in \mathbb{R}^2$.

* $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$ * $E(aX) = aE(X)$
* $E(X+b) = E(X) + b$ * $E(aX+b) = aE(X) + b$
* $V(aX+b) = a^2 V(X)$ * $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$
* $V(X) = E(X - E(X))^2$ * $\sigma(aX+b) = |a|\,\sigma(X)$

تمرين تطبيقي : كيس به 9 كرات ، 6 تحمل 1 وأربعة تحمل رقم 2 . نسحب عشوائيا كرتين على التوالي دون إرجاع من الكيس .

1 - شجرة الإحتمالات .

• ليكن م ع X : وكل ع سحب ، عدد الكرات التي تحمل الرقم 2 .

• وليكن م ع Y : جداء الرقمين المحصل عليهما .

* عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب $E(X)$ واستنتج $P(X^2 - 2X = 0)$ و $P(e^X - 1 > 0)$.

$E(2025X + 1446)$ ، $V(X)$ و $\sigma(-2X)$.

5

العد : القائمة ، الترتيب ، التوفيق

أ- القائمة : n^p

ب- الترتيب : A_n^p $\quad A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$

ج- التوفيق : C_n^p $\quad C_n^p = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$

$0! = 1$

$1! = 1$

حيث $(n \geq p \geq 1)$: $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$

طريقة الاحتمال	قائمة	ترتيب	توفيق
تشكيل أعداد	يمكن تكرار الأرقام	الأرقام لا تتكرر	/
تشكيل لجان	/	المهام محددة	المهام غير محددة
سحب من كيس	على التوالي بإرجاع	على التوالي دون إرجاع	في آن واحد
مجموعات	/	/	أجزاء المجموعة

6- الإحتمال الشرطي :

A حادثة من مجموع مخارج المجموعة الشاملة E

$P(A) \neq 0$ ، E إحتمال جديد يرمز له بـ P_A حيث

من أجل كل حادثة B : $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

P_A : الإحتمال الشرطي علما أن A محققة.

$P_A(B)$: تقرأ إحتمال B علما أن A محققة.

تمرين : (نفس السابق مع الأسئلة التالية):

إحتمال : $P(A)$ ، $P(A \cap C)$ ، $P_A(C)$ = $C_{12}^3 = 220$

$$P(A) = \frac{C_3^3 + C_4^3 + C_5^3}{220} = 3/44$$

$$P(A \cap C) = 1/220$$

$$P_A(C) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \left(\frac{3}{44} \times \frac{220}{1}\right)^{-1} = \frac{1}{220} \times \frac{44}{3}$$

$$P_A(C) = 1/15$$

7- مستوى ثنائي الحد:

$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^{n} C_n^p a^{n-p} \cdot b^p \quad : (n \geq 1)$$

مثال: $(a+b)^2$

$$(a+b)^2 = \sum_{p=0}^{2} C_2^p a^{2-p} \cdot b^p$$

$$= C_2^0 a^{2-0} b^0 + C_2^1 a^{2-1} b^1 + C_2^2 a^{2-2} \cdot b^2$$

$$= a^2 + 2a \cdot b + b^2$$

$: (x-1)^3$

$$(x-1)^3 = C_3^0 a^{3-0} b^0 + C_3^1 a^{3-1} b^1 + C_3^2 a^{3-2} b^2 + C_3^3 a^{3-3} b^3$$

$$(x-1)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(x-1)^3 = x^3 + 3x^2(-1) + 3x(-1)^2 + (-1)^3$$

$$(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

2- الحل

$n \geq 2 \Rightarrow C_n^2 = 28 \Rightarrow$ الحل

$$C_n^2 = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = 28$$

$$C_n^2 = \frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{2!\cancel{(n-2)!}} = \frac{n(n-1)}{2 \times 1} = 28$$

$$C_n^2 = n^2 - n - 56 = 0 \quad \begin{cases} n = 8 & \text{مقبول} \\ n = -7 & \text{مرفوض} \end{cases} \Rightarrow \boxed{n = 8}$$

8) دستور الاحتمالات الكلية :

$A_1 , A_2 , \dots , A_n$ حوادث احتمالاتها غير معدومة

من أجل كل حادثة B :

$$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots$$

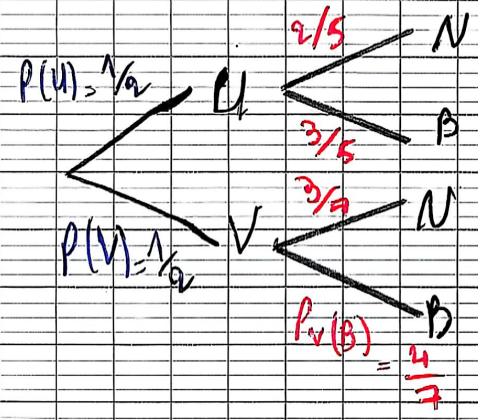
$$P(A_n \cap B)$$

حيث : $P(A_K \cap B) = P(A_K) \times P_{A_K}(B)$ $\quad 1 \leq K \leq n$

تطبيق : صندوقان U و V يحتوي U على كرتين سوداوين و3 كرات بيضاء ولا يحتوي V على 3 كرات سوداء ولا بيضاء نسحب من صندوق عشوائي كرة واحدة.

A : الحصول على كرة سوداء.

$P(A)$.



الحل :

$$P(A) = P(U) \times P_U(N) + P(V) \times P_V(N)$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{7}$$

$$P(A) = \frac{29}{70}$$